21世纪普通高等教育立体化精品教材

高等数学辅导教材

GAODENG SHUXUE FUDAO JIAOCAI

主　编　舒亚东　沈洪兵

副主编　李正波　刘　琼　陈黎明

哈尔滨工程大学出版社

Harbin Engineering University Press

内 容 简 介

本书是根据微积分教材而编写的辅导教材，可培养学生应用数学方法解决问题的能力，满足教学需要。本书主要内容包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、多元函数微积分、微分方程初步及无穷级数。

本书内容充实、实用性强，可作为普通高等学校及职业院校公共课教材，也可作为广大青年朋友学习高等数学的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学辅导教材/舒亚东，沈洪兵主编．—哈尔滨：哈尔滨工程大学出版社，2019.8

ISBN 978-7-5661-2431-9

Ⅰ．高… Ⅱ．①舒… ②沈… Ⅲ．高等数学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 181654 号

责任编辑 张植朴
封面设计 易 帅

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区南通大街 145 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传　　真 0451-82519699
印　　刷 河北祥浩印刷有限公司
开　　本 787mm×1092mm 1/16
印　　张 11.5
字　　数 265 千字
版　　次 2019 年 8 月第 1 版
印　　次 2019 年 8 月第 1 次印刷
定　　价 31.00 元
http://www.hrbeupress.com
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前 言 PREFACE

本书是根据微积分教材而编写的辅导教材，精选了全国大学生数学竞赛真题，为不同层次和不同兴趣的学生提供辅导.

本书总的编写原则：教学内容的深广度与各专业微积分课程的教学基本要求一致，加强对学生应用数学方法解决问题的能力培养. 为满足教学需要，特组织教学一线教师编写了这本辅导教材.

在本书的编写过程中，我们遵循如下原则：

(1)结合学生实际以及我校过程性考核要求，每章都包含内容提要、典型例题详解、基础练习题、提高练习题、自测题，并给出各类题型答案.

(2)为满足各种层次学生的学习要求，每章选题从简单到复杂. 学生可以根据自身基础和学习兴趣选做各类试题.

本书内容共分九章，具体包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、多元函数微积分、微分方程初步和无穷级数. 本书内容结构合理，逻辑性强；本书注重学生应用能力的培养且实用性强.

本书由舒亚东、沈洪兵担任主编，李正波、刘琼、陈黎明担任副主编. 本书在编写过程中得到了学院领导、出版社编辑及其他相关老师的支持和帮助，邹彪老师认真审阅了本书的大部分内容，并提出了宝贵意见，汤建、岑燕斌老师多次提出修改意见，在此一并感谢.

由于作者水平有限以及经验不足，书中难免存在不妥之处，诚请专家、同行和读者提出宝贵意见，使本书在教学实践中不断完善.

编　者

2019 年 5 月

CONTENTS 目录

第一章 函数

Ⅰ. 内容提要 …… 2
一、函数的概念 …… 2
二、函数的基本性质、反函数与复合函数 …… 2
三、简单经济函数 …… 3
Ⅱ. 典型例题详解 …… 4
Ⅲ. 练习题 …… 8

第二章 极限与连续

Ⅰ. 内容提要 …… 12
一、数列极限 …… 12
二、函数极限 …… 12
三、无穷小量与无穷大量 …… 13
四、极限的运算法则 …… 14
五、极限存在准则和两个重要极限 …… 15
六、无穷小量的比较 …… 16
七、函数的连续性 …… 16
八、闭区间上连续函数的性质 …… 18
Ⅱ. 典型例题详解 …… 18
Ⅲ. 练习题 …… 22

第三章 导数与微分

Ⅰ. 内容提要 …… 38
一、导数的概念 …… 38
二、求导法则与基本初等函数求导 …… 39
三、高阶导数 …… 40
四、隐函数的导数及由参数方程所确定的函数的导数 …… 41
五、函数的微分 …… 41
六、导数在经济分析中的应用 …… 43
Ⅱ. 典型例题详解 …… 44
Ⅲ. 练习题 …… 47

第四章 中值定理与导数的应用

Ⅰ. 内容提要 …… 58
一、微分中值定理 …… 58
二、洛必达法则 …… 58
三、泰勒公式 …… 59
四、函数的单调性与极值、最值 …… 61
五、函数的凹凸性、曲线的拐点及渐近线 …… 62

Ⅱ.典型例题详解 …………………… 63
Ⅲ.练习题 ………………………… 67

第五章 不定积分

Ⅰ.内容提要 ……………………… 72
一、不定积分的概念与性质 …… 72
二、换元积分法 ……………… 73
三、分部积分法 ……………… 76
四、有理函数的积分 ………… 77
Ⅱ.典型例题详解 ……………… 79
Ⅲ.练习题 ………………………… 85

第六章 定积分

Ⅰ.内容提要 ……………………… 92
一、定积分的概念 …………… 92
二、微积分基本公式 ………… 94
三、定积分的换元法 ………… 95
四、定积分的分部积分法 …… 96
五、反常积分 ………………… 97
六、定积分的应用 …………… 98
Ⅱ.典型例题详解 ……………… 99
Ⅲ.练习题 ……………………… 105

第七章 多元函数微积分

Ⅰ.内容提要 …………………… 116
一、空间解析几何基本知识 …… 116
二、多元函数的基本概念 …… 117
三、偏导数、全微分及其应用 … 119
四、多元复合函数求导法则 …… 122
五、隐函数的求导公式 ………… 124
六、多元函数的极值及其应用 ……………………………… 125
七、二重积分的概念与性质 …… 126
八、二重积分的计算 ………… 127
Ⅱ.典型例题详解 ……………… 129
Ⅲ.练习题 ……………………… 134

第八章 微分方程初步

Ⅰ.内容提要 …………………… 144
一、微分方程的基本概念和初值 ……………………………… 144
二、一阶微分方程 …………… 145
三、可降阶的微分方程 ……… 146
四、二阶常系数线性微分方程 ……………………………… 147
五、高阶常系数非齐次线性微分方程 ……………………… 148
Ⅱ.典型例题详解 ……………… 148
Ⅲ.练习题 ……………………… 151

第九章 无穷级数

Ⅰ.内容提要 …………………… 158
一、数项级数 ………………… 158
二、正项级数及其审敛法 …… 159
三、任意项级数的审敛法 …… 160
四、幂级数 …………………… 161
五、函数展开成幂级数 ……… 162
Ⅱ.典型例题详解 ……………… 163
Ⅲ.练习题 ……………………… 169

参考文献

第一章 Chapter 01

函　　数

函数是微积分的研究对象，它描述了运动变化过程中变量之间的一种相互依赖的关系. 它是现实中量与量的关系在数学中的反映与抽象，是数学中最重要的概念之一.

本章在回顾中学数学的基础上主要学习了函数的概念，基本初等函数和初等函数，几个特殊函数，讨论了函数的初等性质(奇偶性、周期性、单调性、有界性)，最后介绍了一些简单的经济数学函数模型. 读者在学习这部分内容时，应当不断提升抽象思维能力、逻辑思维能力，这对学习好高等数学乃至其他专业课程都十分重要.

Ⅰ.内容提要

一、函数的概念

定义 设 $D \in R$ 是非空实数集，如果对于每个数 $x \in D$，按照一定的对应法则 f 总有唯一确定的一个数 $y \in R$ 和它对应，则称 f 是定义在数集 D 上的函数，记作 $f: D \to R$ 或 $f: x \to y$ 或 $y = f(x)$，其中数集 D 称为函数 f 的定义域，记为 D_f，即 $D_f = D$.

对于 $\forall x_0 \in D$，称 $f(x_0)$ 为函数在 x_0 点处的函数值. 函数值全体组成的数集 $R_f = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 $f(x)$ 的值域，也可用 $f(D)$ 表示.

注：① 由函数的定义可知，如果对应法则和定义域确定，函数就可完全确定，因此称定义域和对应法则是函数的两要素. 对于两个函数来说，只有当它们的定义域和对应法则都相同时，它们才是相同的.

② 有一种特殊的函数，就是无论自变量如何变化，其函数值始终取同一个常数，这类函数称为常数函数：$y = C, x \in D$.

③ 表示函数的主要方法有三种：列表法、图形法、解析法. 有些函数在其定义域的不同部分用不同的公式表达，这类函数通常称为分段函数.

二、函数的基本性质、反函数与复合函数

1. 函数的有界性

定义 1 设 $f(x)$ 是定义在 D 上的函数，若存在一个正数 M，使得对每一个 $x \in D$ 有 $|f(x)| \leqslant M$，则称 $f(x)$ 是 D 上的有界函数；若对任何一个正数 M(无论 M 多大)，都存在 $x_0 \in D$ 使得 $|f(x_0)| > M$，则称 $f(x)$ 是 D 上的无界函数.

2. 函数的单调性

定义 2 设 $f(x)$ 是定义在 D 上的函数，若对任何的 $x_1, x_2 \in D$，当 $x_1 < x_2$ 时，总有：

(1) $f(x_1) \leqslant f(x_2)$，则称 $f(x)$ 是 D 上的增函数，特别的，当 $f(x_1) < f(x_2)$ 时，称 $f(x)$ 是 D 上的严格增函数；

(2) $f(x_1) \geqslant f(x_2)$，则称 $f(x)$ 是 D 上的减函数，特别的，当 $f(x_1) > f(x_2)$ 时，称 $f(x)$ 是 D 上的严格减函数.

增函数和减函数统称为单调函数，严格增函数和严格减函数统称为严格单调函数.

3. 函数的奇偶性

定义 3 设 D 为对称于原点的数集，$f(x)$ 为定义在 D 上的函数，若对任意的 $x \in D$ 有：

(1) $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$ 为 D 上的奇函数;

(2) $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为 D 上的偶函数.

特别的,若 $f(x)$ 为常数函数,则它不是奇函数,但是偶函数.

4. 函数的周期性

定义 4 设 $f(x)$ 是定义在 D 上的函数,若存在一个不为零的数 l,使得对每一个 $x \in D$ 都有 $x+l \in D$,且 $f(x+l)=f(x)$ 恒成立,则称 $f(x)$ 为周期函数;l 称为 $f(x)$ 的周期.

5. 反函数与复合函数

定义 5 设 $f(x)$ 是定义在 D 上的函数,若在值域 $f(D)$ 中的每一个值 y 在 D 中都有唯一的一个 x 与之对应,并使得 $f(x)=y$,则按此对应法则就定义了一个在数集 $f(D)$ 上的函数,这个函数称为 $f(x)$ 的反函数,记为 $f^{-1}: f(D) \mapsto D$ 或 $f^{-1}: y \mapsto x$ 或 $x=f^{-1}(y)$.

习惯上,通常 x 表示自变量,y 表示因变量,因此,将反函数中两个变量的位置互换,就得到了我们常用的反函数的表示方法:$y=f^{-1}(x), x \in f(D)$.

定理 (反函数存在定理)严格单调函数必有反函数.

定义 6 设有两个函数:

$$y=f(u), u \in D; u=g(x), x \in W.$$

若 $\Omega=\{x \mid g(x) \in D\} \cap W \neq \varphi$,则对每一个 $x \in \Omega$,通过函数 $g(x)$ 在 D 内有唯一的 u,而 u 又通过函数有唯一的 y 与之对应,这样就确定了一个定义在 Ω 上的以 x 为自变量,以 y 为因变量的函数,记作

$$y=f(g(x)), x \in \Omega \text{ 或 } y=(f \circ g)(x), x \in \Omega.$$

这个函数称为由 $y=f(u)$ 与 $u=g(x)$ 复合而成的复合函数,其中称 $y=f(u)$ 为外函数,$u=g(x)$ 为内函数,u 为中间变量.

函数 $y=f(u)$ 与 $u=g(x)$ 的复合运算也可简单的记为 $f \circ g$,但需要注意的是在进行复合运算时,$\Omega=\{x \mid g(x) \in D\} \cap W \neq \varphi$ 条件不可缺.

三、简单经济函数

1. 总成本函数

其是指在一定时期内,生产产品时所消耗的生产费用的总和. 常用 C 表示,可以看作是产量 x 的函数,记作

$$C=C(x).$$

2. 总收益函数

其是指生产者出售一定数量(x)的产品所得到的全部收入,常用 R 表示,即

$$R=R(x).$$

3. 总利润函数

其是指生产中获得的纯收入,为总收益与总成本之差,常用 L 表示,即

$$L(x)=R(x)-C(x).$$

Ⅱ.典型例题详解

【例 1.1】 已知函数 $y=\sqrt{1-2x}+\arcsin\frac{3x-1}{2}$,求其定义域.

【解】

要使函数 y 有意义,自变量 x 就必须满足如下不等式组:

$$\begin{cases}1-2x\geqslant 0\\ -1\leqslant\frac{3x-1}{2}\leqslant 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\leqslant\frac{1}{2}\\ -2\leqslant 3x-1\leqslant 2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\leqslant\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant 1\end{cases}.$$

从而 $D_y=\left\{x\middle|-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}\right\}$或写成区间 $D_y=\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]$.

注:函数的定义域是一个数集,一定要写成集合或者区间的形式.

【例 1.2】 求解函数 $y=\sqrt{9-x^2}+\frac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域.

【解】

要使函数 y 有意义,自变量 x 就必须满足如下不等式组:

$$\begin{cases}9-x^2\geqslant 0\\ x-1>0\\ \ln(x-1)\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-3\leqslant x\leqslant 3\\ x>1\\ x\neq 2\end{cases},\text{故 } D_y=(1,2)\cup(2,3].$$

【例 1.3】 求解分段函数 $y=\begin{cases}x,x>0\\ 0,x=0\\ -x,x<0\end{cases}$ 的定义域.

分析　求分段函数的定义域,就是求各段函数定义域的并.

【解】

$D_y=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)\cup\{0\}=\mathbf{R}$.

【例 1.4】 已知 $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$,求解函数 $f(x)$ 的表达式.

分析　已知复合函数的表达式求解函数的表达式,一般用整体代换的思想方法即可求解.

【解】

$f(x+\frac{1}{x})=(x+\frac{1}{x})^2-2$,令 $x+\frac{1}{x}=t$,得 $f(t)=t^2-2$,所以 $f(x)=x^2-2$.

【例 1.5】 判断下列几组函数是否为相同函数：

(1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$, $g(x)=x+1$；

(2) $f(x)=\sqrt{(3x-1)^2}$, $g(x)=|3x-1|$；

(3) $f(x)=\ln x^2$, $g(x)=2\ln x$.

分析　判定两个函数是否相同的标准是看这两个函数的两要素是否相同.

【解】

(1) 不是相同的函数，因为它们的定义域不同，$D_f=(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$，$D_g=\mathbf{R}$.

(2) 是相同的函数，因为它们的定义域和对应关系都相同.

(3) 不是相同的函数，因为它们的定义域不同，$D_f=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，$D_g=(0,+\infty)$.

【例 1.6】 判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=\sin x+\cos x$；

(2) $f(x)=\dfrac{1}{2}(e^x+e^{-x})$；

(3) $f(x)=|x|$；

(4) $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$.

【解】

(1) 因为 $f(-x)=\sin(-x)+\cos(-x)=-\sin x+\cos x$，故 $f(x)$ 是非奇非偶函数.

(2) 因为 $D_f=(-\infty,+\infty)$ 关于原点对称，$f(-x)=|x|=f(x)$，故 $f(x)$ 为偶函数.

(3) 因为 $D_f=(-\infty,+\infty)$ 关于原点对称，$f(-x)=f(x)$，故 $f(x)$ 为偶函数.

(4) 因为 $D_f=(-\infty,+\infty)$ 关于原点对称，$f(-x)=\ln(-x+\sqrt{1+x^2})=\ln\left(\dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}\right)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})^{-1}=-f(x)$，故 $f(x)$ 为奇函数.

【例 1.7】 证明 $f(x)=x\sin x$ 在 $(0,+\infty)$ 内是无界函数.

证

对于任意正数 $M>0$，都存在一个自然数 k，使

$$2k\pi+\frac{\pi}{2}>M,$$

取 $x_k=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}>M$，则有 $|f(x_k)|=\left|2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right|>|M|$，故 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内是无界函数.

【例 1.8】 写出下列函数是由哪些基本初等函数复合而成的：

(1) $y = \tan^2 x$；

(2) $y = 2^{3x+5}$；

(3) $y = \ln(\sin\sqrt{x})$；

(4) $y = \arccos(x^2 - 1)$.

【解】

(1) 由 $y = u^2, u = \tan x$ 复合而成.

(2) 由 $y = 2^u, u = 3x + 5$ 复合而成.

(3) 由 $y = \ln u, u = \sin v, v = \sqrt{x}$ 复合而成.

(4) 由 $y = \arccos u, u = x^2 - 1$ 复合而成.

注：不是任意两个基本初等函数都能构成复合函数.

【例 1.9】 求下列函数的反函数：

(1) $y = \dfrac{1-x}{1+x}$；

(2) $y = \dfrac{2^x}{2^x+1}$；

(3) $y = 2\sin 3x$.

分析　在函数 $y = f(x)$ 具有反函数的条件下求 $f(x)$ 的反函数，就是把函数 $f(x)$ 中的自变量 x 用因变量 y 来表示.

【解】

(1) 由 $y = \dfrac{1-x}{1+x}$ 解出 $x = \dfrac{1-y}{1+y}$，得反函数 $y = \dfrac{1-x}{1+x} (x \neq -1)$.

(2) 由 $y = \dfrac{2^x}{2^x+1}$ 解出 $x = \log_2 \dfrac{y}{1-y} (0 < y < 1)$，得反函数 $y = \log_2 \dfrac{x}{1-x} (0 < x < 1)$.

(3) 由 $y = 2\sin 3x$ 解出 $x = \dfrac{1}{3}\arcsin \dfrac{y}{2} (-2 \leqslant y \leqslant 2)$，得反函数 $y = \dfrac{1}{3}\arcsin \dfrac{x}{2} (-2 \leqslant x \leqslant 2)$.

【例 1.10】 收音机每台销售价格为 90 元，成本为 60 元，厂方为了鼓励销售商大量采购，决定凡是订购量超过 100 台的，每多订购 1 台，售价就降低 1 分，但最低价为每台 75 元.(1) 将每台的实际售价 p 表示为订购量 x 的函数；(2) 将厂方所获的利润 L 表示成订购量 x 的函数；(3) 某一商行订购了 1000 台，厂方可获利润多少？

【解】

$$(1)p(x)=\begin{cases}90, & 0\leqslant x\leqslant 100\\ 90-(x-100)\times 0.01, & 100<x<1600.\\ 75, & x\geqslant 1600\end{cases}$$

$$(2)L(x)=(p-60)x=\begin{cases}30x, & 0\leqslant x\leqslant 100\\ 31x-0.01x^2, & 100<x<1600.\\ 15x, & x\geqslant 1600\end{cases}$$

(3)$L(1000)=21000$ 元.

【例 1.11】 某电器厂生产一种新产品,在定价时不单是根据生产成本而定,还要请各消费单位来出价,即他们愿意以什么价格来购买,根据调查结果得出需求函数为 $Q=-900P+45000$,该厂生产该产品的固定成本是 270000 元,而单位产品的变动成本为 10 元,为获得最大利润,出厂价格应为多少?

【解】

以 Q 表示产量,C 表示成本,P 表示价格,则有 $C(Q)=10Q+270000$,而需求函数为 $Q=-900P+45000$,代入上式有 $C(P)=-9000P+720000$,则收入函数为

$$R(P)=P(-900P+45000)=-900P^2+45000P;$$

利润函数为

$$L(P)=R(P)-C(P)=-900(P-30)^2+90000.$$

这是一个二次函数,可以求得,当 $P=30$ 元时,利润 $L=90000$ 元为最大利润,在此价格下,销售量为

$$Q=-900\times 30+45000=18000.$$

【例 1.12】 某工厂生产某种产品,年产量为 a 吨,分若干批进行生产,每批准备费为 b 元,设产品均匀投放市场,即平均库存量为批量的一半.设每年每吨库存费为 c 元,显然,生产批量大则库存费高;生产批量小则批数多,生产准备费增加.为了选择最优批量,试求出一年中库存费与生产准备费之和与批量的关系.

【解】

设批量为 x,库存费与生产准备费之和为 y.因为年产量为 a,每年应生产 $\frac{a}{x}$ 批,所以准备费为 $\frac{ab}{x}$.又因为平均库存为 $\frac{x}{2}$,库存费为 $\frac{x}{2}c$.故 $y=\frac{a}{x}b+\frac{x}{2}c$.

Ⅲ.练习题

(A)

1.填空题

(1)$y=\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ 的定义域为________.

(2)$f(x)=\sqrt{x+1}$,$g(x)=x^4$,则复合函数 $f[(g(x)]=$________.

(3)设 $y=\sqrt{2-x^2}$,$x\in[0,\sqrt{2}]$,则其反函数为________.

2.选择题

(1)下列各组函数中是相同函数的是(   ).

A. $f(x)=\lg x^2,g(x)=2\lg|x|$

B. $f(x)=\sqrt{(x-2)^2},g(x)=x-2$

C. $f(x)=e^{\ln 2x},g(x)=2x$

D. $f(x)=1,g(x)=\sec^2 x-\tan^2 x$

(2)下列不是初等函数的是(   ).

A. $y=\ln(1+\sqrt{x})+\sin 2x$　　B. $y=e^x+x^{\frac{1}{x}}-3$

C. $y=\begin{cases}-1,x\geqslant 0\\3,x<0\end{cases}$　　D. $y=\cos(x^2+5)$

(3)下列函数中是偶函数的是(   ).

A. $f(x)=\sin x$　　B. $f(x)=x^3$

C. $f(x)=x^2$　　D. $f(x)=x^5$

3.某产品每件售价60元,成本为30元,厂家为鼓励销售商大量采购,决定凡是订购量超过200件以上的,超过200件的部分每件按54元的优惠价销售.(1)试将利润 L 表示成订购量 x 的函数;(2)当某商场订购2000件这种产品时,厂家可获利润是多少?

(B)

1.填空题

(1)函数 $f(x)=\dfrac{1}{|x|-x}$ 的定义域为________.

(2)函数 $y=(\sin x^2)^2$ 是由以下基本初等函数复合而成的:________.

2.选择题

(1)下列函数中既是奇函数,又是减函数的是(   ).

A. $y=(\dfrac{2}{3})^x$　　B. $y=-x,x\in(-2,2)$

C. $y=\ln x$　　D. $y=x^{-2}$

(2)设函数 $f(x)$ 的定义域为$[0,1]$,则 $f\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$的定义域为(   ).

A. $[1,2]$　　B. $(-\infty,1]$　　C. $[0,+\infty)$　　D. $[-1,0]$

3. 在半径为 R 的球内作内接圆柱体，求此圆柱体的体积 V 与它的高 h 之间的函数关系.

（C）

1. 填空题

(1) 函数 $y=\dfrac{2x}{x-1}$ 的定义域是________.

(2) 设 $y=\cos x, x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，则其反函数为________.

(3) 若 $f(x)=\sqrt{x}, g(x)=x^2+1$，则 $f(g(x))=$ ________.

2. 选择题

(1) 下列各组函数中是相同函数的是(　　).

A. $f(x)=\dfrac{2x}{x}, g(x)=2$　　B. $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}, g(x)=x-1$

C. $f(x)=|x|, g(x)=\sqrt{x^2}$　　D. $f(x)=\ln x^2, g(x)=2\ln x$

(2) 下列函数中是奇函数的是(　　).

A. $f(x)=\sin x$　　B. $f(x)=\cos x$

C. $f(x)=|x|$　　D. $f(x)=x^4+1$

(3) 下列不是初等函数的是(　　).

A. $y=\ln(x+1)+x^2$　　B. $y=2^x+x+1$

C. $y=\mathrm{sgn}(x)$　　D. $y=\cos 2x+\sqrt{x}$

3. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\arcsin(\lg\dfrac{x}{10})$；

(2) $y=\sqrt{x^2-4x+3}$.

4. 设 $f(x)=x^4, g(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geqslant 0\\ -\sqrt{-x}, & x<0\end{cases}$.

(1) 证明 $g(x)$ 是奇函数；

(2) 求 $f(g(x))$.

5. 求下列函数由哪些基本初等函数复合而成：

(1) $y=(1+5^x)^{10}$；

(2) $y=\arcsin(\sqrt{1-x^2})$.

6. 应用题

(1) 火车站行李收费规定如下：当行李不超过 50 千克时，按每千克 0.15 元收费，当超出 50 千克时，超重部分按每千克 0.25 元收费，试建立行李收费 $f(x)$(元)与行李重量 x(千克)之间的函数关系.

(2) 某产品共有 1500 吨，每吨定价 150 元，若一次销售量不超过 100 吨，按原价出售；若

一次销售量超过100吨，但不超过500吨，超出部分按9折出售；如果一次销售量超过500吨，超过500吨的部分按8折出售. 试将该产品一次出售的收入 y 表示成一次销量的函数.

(3) 已知下列需求函数和供给函数分别为 $Q_d = 14 - 1.5p$，$Q_s = 4p - 5$，求：

① 市场均衡价格；

② 若每销售一单位商品，政府征税1元，此时的均衡价格.

请配合木马课堂 APP 使用